四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

歷算全書卷三十至三十二

詳校官欽天監監正臣喜常

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官編修臣王燕緒

校對官五官靈臺郎臣陳際新

謄録監生臣蘇爾通阿

繪圖監生臣劉秉仁

籌算自序

唐有九執歷不用布算唯以筆記史謂其繁重其法不傳今西儒筆算或其遺意歟筆算之法詳見同文算指中歷書出乃有籌算其法與舊傳鋪地錦相似而加便捷又昔但以乘者今兼以除且益之開方諸率可謂盡變矣但本法橫書彷彿於珠算之位至於除法則實橫而商數縱頗難定位愚謂既用筆書宜一行直下為便輒以鄙意改用橫籌直寫而于定位之法尤加詳焉俾

用者無復纖疑即不敢謂兼中西兩家之長而於籌算庶幾無憾矣

康熙戊午九月己亥朔日躔在角宛陵梅文鼎勿菴撰

籌算有數便奚囊遠涉便於佩帶一也所用乘除存諸片楮久可覆核二也斗室匡坐點筆徐觀諸數歷然人不能測三也布算未終無妨泛應前功可續四也乘除一理不須歌括五也尤便學習朝得暮能六也

原法横書故用直籌籌直則積數横彼中文字實用

橫書也今直書故用橫籌籌橫則積數直其理一也亦有數便自上而下乃中土筆墨之宜便寫一也兩半圓合一位便查數二也商數與實平行便定位三也

歴算全書卷三十

宣城梅文鼎撰

籌算一

作籌之度

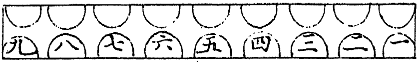
凡籌以牙為之或紙或竹片皆可長短任意以方正為度

凡籌背面皆平分九行每行以曲線界之為兩半圓狀

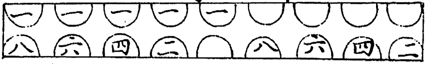
几籌背面皆相對第一籌之陰即為第九便檢尋也二與八三與七四與六五與空位皆倣此共五類類各五籌當珠盤二十五位或更加之亦可　外有開方大籌為平方立方之用詳見別卷

籌式列左

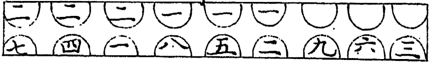
第一籌式



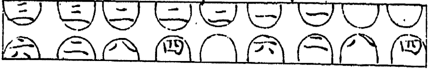
第二籌式



第三籌式



第四籌式



第五籌式

第一行 第二行 第三行 第四行 第五行 第六行 第七行 第八行 第九行

第六籌式

五	四	四	三	三	二	一	一	
四	八	二	六		四	八	二	六

第七籌式

六	五	四	四	三	二	二	一	
三	六	九	二	五	八	一	四	七

第八籌式

七	六	五	四	四	三	二	一	
二	四	六	八		二	四	六	八

第九籌式

八	七	六	五	四	三	二	一	
一	二	三	四	五	六	七	八	九

空位籌式

第一行 第二行 第三行 第四行 第五行 第六行 第七行 第八行 第九行

作籌之理

凡籌每行以曲線界之成兩位其下為本位上為進位

假如本位一兩則進位為十兩

凡列兩籌則行内成三位下之進位與上之本位兩半圓合成一位故也　列三籌則成四位　列四籌則成五位　五籌以上皆倣此

凡籌有明數有暗數明數者籌面所有之數是也暗數者行數也假如第一行即為一數第二行即為二數

凡籌與行數相因而成積數假如第二籌之第四行即為八數第九籌之第八行即為七二數

籌筭之資

凡用籌筭當先知併減二法令各具一則

併法

併者合也合衆散數為一總數也又謂之垜積　其法先列散數自上而下對位列之千對千百對百十對十單對單以類相附

列訖併為一總數　其法從最下小數起自下而上

如畫卦之法　數滿十者進位作暗馬而本位書其

零

暗馬式　一二三四五六七八九

〡〢〣〤〥〦〧〨〩

恐混原數故以此別之便覆核也

假如有米三千四百八十石又五千〇六十八石又二

萬六千九百石合之共幾何

萬千百十石

散數		
三四八〇	五〇六八	二六九〇〇

總數三五四四八

如圖散數三宗依法併之為一總數得三萬五千四百四十八石

減積法

減者去也于總數內減去幾何則知其仍餘幾何也減與併正相反減而剩者謂之減餘

其法以應減去之數列左以原有之總數列右而對

減之

千對減千百對減百十對減十單對減單

減而盡者抹去之　減而不盡者改而書之

本位無數可減合上位減之假如欲減八十而原數只有七十但其上位有一百則合而減之于一百七十內減八十仍餘九十

假如有銀三十二萬五千三百一十兩支放過二十九萬五千三百〇五兩仍餘幾何

減餘	原數	減數
一三○○○○	三二五三一○	二九五三○五

依法減之仍餘三萬○○○

五兩

十萬千百十兩

如圖先于三十萬內減二十萬餘一十萬改三為一

次減九萬而萬位無九合上位共一十二萬減之

餘三萬抹去一二改書三

次減五千　次減三百　皆減盡皆抹去之書作○

次減五兩而兩位無五于一十兩內減之抹去一

○改書○五　減訖餘二○○○三

凡算有乘有除乘者用併法除者用減法

籌算之用

凡算先別乘除乘除皆有法實實者現有之物也法者

令所用以乘之除之之規則也

凡籌算皆以實列位而以籌為法法有幾位則用幾籌

如法有十係兩位則用兩籌法有百係三位則用三

籌

凡法實不可誤用唯乘法或可通融若除法必須細認

俱詳後

乘法

勿菴氏曰凡理之可言者皆其有數者也數始於一相緣以至於無窮故曰一與一為二二與一為三自此以往巧歴不能盡乘之義也故首乘法

解曰乘者增加之義其數漸陞如乘高而進也亦曰因言相因而多也珠算有因法有乘法在籌算總一乘法殊為簡易

法曰凡兩數相乘任以一為實一為法

假如以人數給糧或以人為實糧為法或以糧為實人為法皆可

凡算先列實列書之于紙或粉板亦可依千百十零之位列之自左而右

次以法數用籌乘之

法有幾位則用幾籌

假如法為六十四則用第六第四兩籌法為三百八十四則用第三第八第四共三籌

凡乘皆從實末位最小數起

視原實其數即於籌其行取數列之

假如實是二則

取第二行數

凡列乘數皆自下而上如畫卦

凡實有幾位挨次乘之但次乘之數必高于前所列之數一位

假如先乘者是單次乘者必是十故進位列之

乘訖乃以併法併之合問

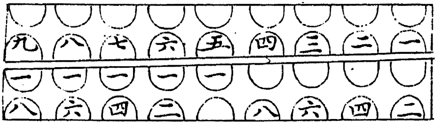
兩籌為法式

假如有軍匠一十二名每名給工食米三石六斗共幾何

答曰四十三石二斗

法曰此以三石六斗為實而以一十二名為法乘之也宜用兩籌法兩位故也

一十二名法



實

六斗　三石

○|七二

○三六 進一位

乘之

四三二

四十三石二斗末位

先乘六斗籌第六行取數

次乘三石籌第三行取數

訖以法併得如上併數

定位法從末位起知末位是斗上一位便是石又上一位十石定為四十三石二斗

法實互用式

此以一十二人為實而以三石六斗為法乘之得數皆同

三石六斗法

二七	二四	二一	一八	一五	一二	九	六	三
五四	四八	四二	三六	三〇	二四	一八	一二	六

實 一十二人

〇七二

〇三六

四三二 十石 石 斗

先乘二取籌第二行數進一位乘一十取籌第一行數乘訖併之得數如前

定位同前

三籌為法式

假如有米七十五石每石價五錢六分四釐　問總

答曰共銀四十二兩三錢

法用籌三根以價為法有三位故也

法

錢分釐									
五	五	一〇	一五	二〇	二五	三〇	三五	四〇	四五
六	六	一二	一八	二四	三〇	三六	四二	四八	五四
四	四	八	一二	一六	二〇	二四	二八	三二	三六

實

五石　一二八二〇

七十　三九四八　進一位

四二三〇〇　十兩　兩　錢　分　末位釐

先乘五石取籌第五行數次乘七十取籌第七行數乘訖併之如上

定位法知末位是釐上一位便是分又上錢又上兩又上十兩

定為四十二兩三錢

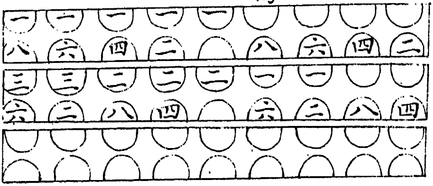
法尾位有空式

百 十 步 法
〢 〤 〇

問田每畝二百四十步今有田一百二十五畝該步幾何

荅曰共該三萬步

法用籌三根法有百係三位故也



	一百行	二十	五畝
	○		
萬步 三	二	○	丨
千步 ○	四	四	一
百步 ○	○	八	二
十步 ○	又進一位	○	○
本位步 ○		進一位	○

實

先乘畝用籌第五行進乘十用籌第二行又進乘百用籌第一行

定位法知尾位一圈是單步則各位皆定

又法

凡法尾空位者省不乘但于併數之後補作圈于其下以存其位尤為簡捷

省乘○位圖

一二○　五畝

四八　二十

二四　一百

三○○○○

因法尾空補作一圈併數止此

如上圖乘訖併得三○○○因法尾有空又補作一圈是為三○○○○則知所得三萬

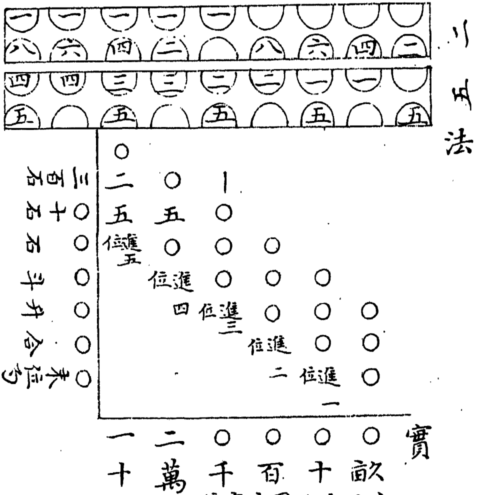
定位法見前

實尾有空式

假如田一十二萬畝每畝徵豆二合五勺共幾何

答曰三百石

法曰此實尾有四〇也



自畝至千皆空即以圈乘之用存其位

又式

省乘○位圖

省	乘	○	位	圖
實	五○二十萬畝	二五一百	三○○○○○○○	千石百石十石石斗升合勺

假如田一百二十萬畝每畝徵豆二合五勺（用二五籌為法同前）如上圖乘併得三○○○因原實自萬至畝皆空補作五圈是為三○○○○○○○（乃以尾○命為）勺定所得為三千石

又若田爲一畝二分則所得爲三合何也畝下有分故得數之三〇〇其尾〇又是勺下之分也此定位之精理須細審之

實中位有空式

假如焦氏易林四千〇九十六卦若每卦又變六十四共幾何

答曰二十六萬二千一百四十四

十數

小目法

五	四	四	三	三	二	一	一	
四	八	二	六		四	八	二	六

三	三	二	二	二	一	一		
六	二	八	四		六	二	八	四

實

六卦 九十 〇 四千

三八四

五七六

〇〇〇

二五六

二十萬 六萬 二千 一百 四十 四卦

百位空作圈存其位

又式

徑進兩位圖

三八四六卦
五七六九十
三五六四千〇
二六二一四四

百位空省不乘徑進兩位乘四千

畸零式百十日十刻十分

法三六五二四二五

二	二	二	一	一	一				三
七	四	一	八	五	二	九	六	三	
五	四	四	三	三	二	一	一		六
四	八	二	六		四	八	二	六	
四	四	三	三	二	二	一	一		五
五		五		五		五		五	
一	一	一	一	一					二
八	六	四	二		八	六	四	二	
三	三	二	二	二	一	一			四
六	二	八	四		六	二	八	四	
一	一	一	一	一					二
八	六	四	二		八	六	四	二	
四	四	三	三	二	二	一	一		五
五		五		五		五		五	

假如授時曆每年三百六十五日二十四刻二十五分今三百九十年該若干日

實

〡〡〡〡

三二八七一八二五　九十年

一〇九五七二七五　三百年

一四二四四四五七五〇

十萬千百十日十刻十分

此實尾空而法又有畸零乘訖併得

一四二四四四四五七五共九位因實尾空位無零年用故也

省乘法加一〇于末位下共十位而以尾〇命為分得

一十四萬二千四百四十四日五十七刻五十〇分合

問

除法

勿菴氏曰天地之道盈虛消息而已無有盈而不虛無有消而不息乘者息也盈也除者消也虛也二者相反而不能相無其數每相當不失毫釐如相報也郤子曰算法雖多乘除盡之矣故除法次之

解曰除者分物之法也原作幾何令作幾分分之則成各得之數而除去原數也有歸除有商除珠算任用籌算則獨用商除為便以意商量用之故曰商除

法曰凡除以所分之物為實令欲作幾分分分之為法法與實須審定倘一倒置則毫釐千里矣假如有糧若干分給若干人則當以糧為實以人之數為法除之蓋糧數是所分之物人數是用以分之之法也若倒用以糧分人則所誤多矣　凡法有幾位則用幾籌　乃列實自上而下直書之　視籌之第幾行中積數有與原實相同者或略少於實者用其數以減原實而得初商　有不盡者如法再商或三商以上皆如之實盡而止　餘實不滿法以法命之

凡商數皆以籌之行數為其數假如所減是籌第一行即商一數第二行即商二數

書商數法曰凡書商數皆與減數第一位相對　若所減第一位是○則補作○于原實首位上而對之此定位之根

定位法曰除畢以商得數與原實對位求之皆于法首位之上一位命為單數程大位曰歸于法前得零古法實如法而一是也

此有二法　有法少實多者從原實內尋法首位認

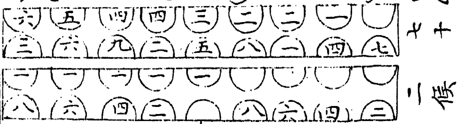
定逆轉上一位命為單數如米則為單石錢則為單文之類既得單數則上而十百千萬下而分秒忽微皆定矣此為正法

有法反多實反少者乃變法也法從原實首位逆溯而上至法首位止又上一位命為單數此是虛位借之以求實數既得單數乃順下求之命所得為分秒之數

初商除盡式

假如太陽每歲行天三百六十度分為七十二候每候幾何度

答曰　每候五度



法此欲分為七十二分也故以七二為法用兩籌

實　三六〇
百十

商數五
單度 法首位

如圖先列三百六十度為實次簡兩籌行內有三六〇與實相同用減原實恰盡　次查所簡係籌之第五行商作五

又查所減第一位是三將商數五對三字書之

定位法曰此法少于實也宜于原實內尋十度位即法首位也法首再上一位為單度定所得為五度

假令實是三千六百則所得為五十度如後圖

實	三	六	〇	〇
	千	百	十	度
商數		五	〇	
		十度	單度	法首位

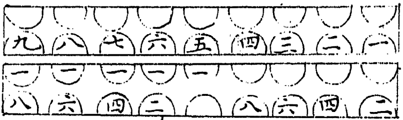
定位法曰此亦法少于實也法亦于原實內尋法首十位再上一位為單位單位空補作圈再上一位是十度定所得為五十度用籌同而得數適異定位之法所以當明也

再商式

假如皇極經世一元共一十二萬九千六百年分為一十二會各幾何

答曰每會一萬○八百年

十會 一 ||



法此欲分為一十二分也故以一十二為法用兩籌

實 ○一二九六○○

十萬千百十年

一 商數對所試第一位

如圖列實一元總數簡籌第一行是○一二商作一數第一行故商一減實一十二萬餘九千六百不盡再用籌如法除之

又因所減數是○一二故于原實首補作圈而以商得一對此○位書之即所減籌上第一位也此定位之根不可錯須細審之

原實○一二九六○○

千萬 萬 千 百 十 年

商數一○八○○

萬 千 百 十 單

法首位

簡兩籌第八行是○九六與餘實相合再商八第八行故也減餘實九千六百恰盡

此所減數亦是○九六故以商得八進位書之以暗對其○

如此審定商數位置已知不錯而初商次商隔一位不相接是得數有空位也乃于其間補作圈為一〇

八

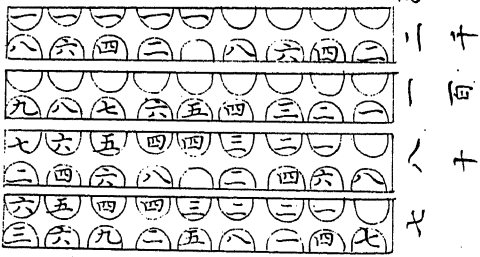
假如隔兩位則作兩圈三位以上倣此求之若非于商數審其位置鮮不誤矣此算中一大關鍵也非此則不能定位

定位訣曰此亦法少于實也從原實內尋法首十位再上一位是單年單位空補作圈又上一位是十十亦

空亦補作圈又上一位是百知所得為八百年也知百知千萬矣定為一萬〇八百年

假如黄鍾之實一十七萬七千一百四十七其分法二千一百八十七問若干分

答曰八十一分



法此欲分得二千一百八十七乃為一分故以二一八七為法用四籌

實

一七七一四七

二一八七

八

商數八對所減首位一字書之

如圖列實籌內無有一行之數與實相合乃取第八行一七四九六畧少于實者用之商作八第八行故也

減實一十七萬四千九百六十

餘實

二千一百八十七再商之

○二一八

原實

一七七一四七

十萬千百十

商數

八一

十分

法首位

籌第一行是○二一八七正合

餘實再商一除實恰盡

次商一進位書暗對所減○位

定位訣從原實尋法首位千逆轉

上一位得單分則餘位皆定

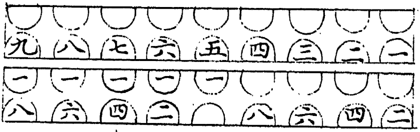
按籌算原書于定位頗略又其為法原實横而商數縱各居其方不相依附定位頗難故雖歴書間有訛位今特詳之而兩兩直書于定位尤易亦足見余之非好為異也

三商式

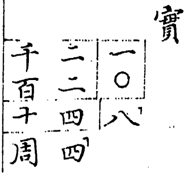
假如有水輪每日共轉二千二百四十四周一日十二時每時幾何

答曰每時一百八十七

十二



法



一八七

商數對所減籌上第一位〇三商並同

此亦欲分一十二分也故用一二兩籌

如圖列實簡籌第一行是二〇一商一減實一千二百餘一千〇四十四

次簡籌第八行是九〇六商八減實九百六十仍餘八十四

末簡籌第七行四〇八商七減實盡

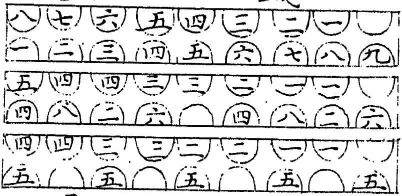
定位訣同前

四商法

假如有小珠三十四萬三千一百五十四粒換得大珠重九錢六分五釐每大珠一錢換小珠幾何粒

答曰每錢換三萬五千五百六十粒

九錢 六分 五釐



此欲分為九分有奇也以錢為主則六分五釐是其奇零九分之分去聲故以九六五為法用籌三根如後圖列實先簡籌第三行二八九五略少于實商三減實二十八萬九千五百餘實五萬三千六百五十四以候續商

五

五四七

五三六〇九

原實

三四三一五四

十萬千百十粒

商數

三五五六〇

萬千百十單

法首位

四次商數俱對首位

次簡籌第五行是四八二五為略少于餘實商五減餘實四萬八千二百五十仍餘五千四百〇四以待第三商

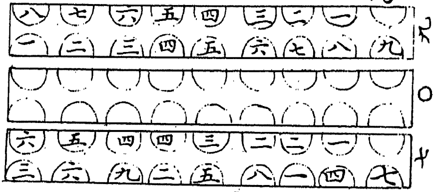
又簡籌第五行是四八二五為略少于餘實又商五減餘實四千八百二十五仍餘五百七十九知尚有第四商也

又簡籌第六行是五七九〇與餘實恰合商作六除餘實五百七十九恰盡

定位訣從原實中尋法首單位逆轉上一位得單粒定所得為三萬五千五百六十〇粒命為大珠每錢所換小珠之數

五園問曰法是錢數實是粒數不類也何定位亦如是準乎勿菴曰此定位之法所以的確不易也且錢與粒不類子疑之固矣抑知單與單之為一類乎蓋所問是每錢若干故錢數為單位若問每分若干則法首錢數為十位得為三千五百五十六矣故定位須詳問意乃要訣也

法有○籌式



假如布二萬一千七百六十八丈給與九百○七人各幾何

答曰每人二十四丈

以上例皆法少于實故法首在原實中乃本法也

法此欲分作九百○七分也故以九○七為法用三籌

三六二如圖簡籌第二行二八一四商作二減實一萬八千一百四十餘三千六百二十八丈次簡第四行三六二八商四除實盡

實 二一七六八

萬千百十丈

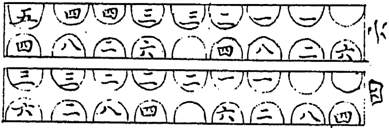
商數二十四丈

法多實少式（即除分秒法）

假如銀（五百一十二兩）給（六百四十人）各若干

答曰（每人八錢）

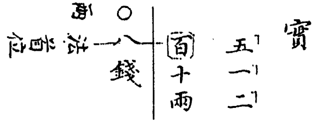
解曰凡不能成一單數者皆分秒也故斤下有兩兩下有錢錢下有分分有釐釐有毫令以兩為主則兩為單位而錢為兩十之一八錢即十分兩之八



四

十

法此欲分為六百四十分也故以六四為法用兩籌



如圖列實簡籌第八行數恰合除實盡商作八（第八行故）又所減首位不空故商數對之

定位法曰此法多于實也尋法首位百逆上一位是兩兩位空知是錢

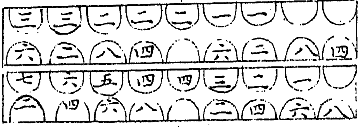
又式

假如饑民四十八萬口賑米三千六百石各得若干

答曰每口七合五勺

解曰此以石為單位故斗升合勺皆其分秒

四十八籌



法此人分米也故以四十八萬為法

如圖列實簡籌第七行是三三六初商七條二百四十石次簡籌第五行是二四〇次商五除是盡

實 二四

〇〇三六〇〇

十萬 萬 千 百 十 石

〇〇〇七五

石斗升合勺

是法 法
單上 首
石一 位
位

列商數法同前

定位法于原實內尋法首位而原實內無萬位只有千又進一十位萬尋萬十萬上一進位十位也再上者法首位零是單石一位位得〇順下斗升俱〇知所得為七合五勺

以上兩例皆法多于實者其法首位或在原實中必
原實首位也或不在原實中則在其原實上幾位也
要之皆不能滿法其所得必為分秒乃通變之法也
論曰除者分也吾欲作幾分分之則為法所分之物為
實所分之物能如所欲分之數則為滿法滿法則成
一整數假如三十六人分布而布有三十六丈則各人分
得一丈古云實如法而一正謂此也程大位算法統
宗曰歸於法前得零其意亦同此立法之本意也

乃有所分之物原少于所欲分之數是不滿法也既不滿法則不能成一整數而所分者皆分秒之數假如三十六人分布二十七丈則每人不能分一丈只各得七尺五寸是于一丈內得其七分五秒也然必先知整數然後可以知分秒故必于原實上虛擬一滿法之位若曰能如此則分得整數矣而今不能則所分得者皆分秒也于是視所擬整數虛位距商數若干位而命之若相差一位則得為十之一如兩有錢尺有寸隔位則為百之

一如兩有分丈有寸此乃通變之法要其為法上得零則一而已矣

又論曰此原實即不滿法也若餘實不滿法除之終不能盡則以命分之法御之詳後

命分法

法曰凡除法商數至單已極而有餘實不盡者不能成一整數也則以法命之此有二法

一法即以除法為命分不盡之數為得分則云幾十幾

分之幾

解曰命分者以一整數擬作若干分而命之如滿此數則成一整數而今數少故命之也得分者今所僅有之數在命分數內得若干也（命分者古謂之分母得分者古謂之分子）

假如古歷以九百四十分為日法每年三百六十五日又九百四十分日之二百三十五約為四之一（約法見後）

一法除之至盡古歷家所謂退除為分秒是也單下有一位命為十分之幾有兩位命為百分之幾十幾三

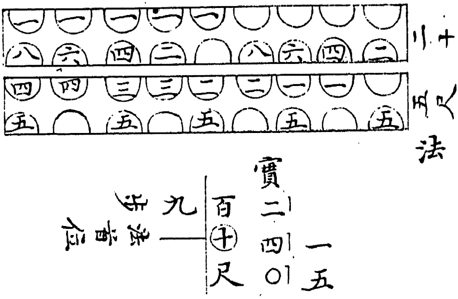
位則命分千四位則命分萬皆以除得數為得分

假如授時歷法每歲三百六十五日二千四百二十五分是以萬分為日即命分也

式如後

假如五尺為步每方一步積二十五尺今有積二百四十尺得若干步

答曰九步又五分步之三



如圖列實簡籌第九行是二二五商作九（第九行故）減實二百二十五尺餘一十五不盡以法命之命為九步又二十五分步之一十五約為五之三（約分法見後）

若用第二命分法再列餘實加○位商之以得其分秒如後

除分秒圖

一五

原實
二百
四十
〇尺
〇分

九六
步分

餘實下加一圈則一十五尺通為一百五十分可再商矣簡籌第六行是一五〇商六分除餘實恰盡

命分九步六分即十分步之六

命分第二法與法多于實除法同故皆曰除分秒也

若餘實為一十六尺則又不盡一尺法當於不盡一〇之下再加一圈為一〇〇使此一尺化為一百分而

再除之得四釐共九步六分四釐即百分步之六十四

約分法

約分者約其繁以從簡也

法曰母數子數平列相減而得其紐數即以紐數為法轉除兩原數而得其可約之分

凡約分相減不拘左右但以少減多如左少右多則以左減右左多右少則以右減左若減之後或多者變而少則轉減之必減至左右相同無可減而止即紐

數也若一減之即得紐數則不必轉減

解曰紐數者互相減之餘數相等者也以此除兩數則

皆可分乃兩數之樞紐

若相減至盡而無紐數者則不可約

假如母數二十五子數一十五約之若干

答曰五之三

一〇　先以十五　復以一十　〇五

二五　減二十五　一〇　轉減十五　一〇

一五餘。一十一五餘五。○五

復以五。轉減一十餘五。五即為紐數五左右皆以紐數五。為法轉除

母二十五得五除子數一十五得三故曰五之三蓋母數

是五個五子數是三個五也

此轉減例

又如母數九百四十子數二百三十五約之若干

畣曰四之一

先以二百三十五減九百四十餘七百○五又減之餘四百七十○又減

之餘二百三十五

二三五

四七〇	七〇五	九四〇

二三五

左右皆二百三十五即紐數也

以紐數二百三十五轉除母數九百四十得四除

子數二百三十五得一故曰四之一

母數是四個二百三十五

子數是一個二百三十五

此不轉減例

曆算全書卷三十

歷算全書卷三十一

宣城梅文鼎撰

籌算二之三

開平方法

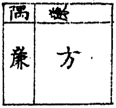
勿菴氏曰自周髀算經特著開平方法其說謂周公受于商高矩地規天為用甚大然有實無法故少廣之在九數别自為章今以籌御之簡易直截亦數學之

一樂也

解曰平方者長濶相等之形也其中所容古謂之冪積亦曰面冪西法謂之面面有方有圓此所求者方面也其法有方有廉有隅總曰平方也冪音覓覆物巾也開亦除也以所有散數整齊而布列之為正方形故不曰除而曰開平方四邊相等今所求者其一邊之數西法謂之方根

如後圖方者初商也初商不盡則倍初商之根為廉

廉隅圖



又圖

法除之得兩廉又以次商為隅法自乘得隅隅者以補兩廉之空合一方兩廉一隅成一正方形

如圖一方兩廉一隅除積仍不盡則合初商次商倍之為廉法除之以得次兩廉又以三商為隅法自乘得隅合一方四廉兩隅成一正方形商四次以上倣此加之

解曰上兩位者自乘之積也假如方一十則其積一百方二十則其積四百以至方九十則其積八千一百也下一位者方根也假如積一百則其根一十積四百則其根二十乃至積八千一百則其根九十也

平方籌式列左

九	八	七	六	五	四	三	二	一
八一	六四	四九	三六	二五	一六	九	四	一

開平方籌只用兩位積數何也曰開方難得者初商耳平方積數雖多而初商所用者只兩位次商以後皆廉積也廉積可用小籌除之開方大籌專為初商故積止兩位

籌下一位單數也而實有百也萬也百萬也億也百億也萬億也百萬億也皆與單同理故獨商首位者用下位之積數焉其積自〇一至〇九其方根為一二三

籌上一位十數也而實有千也十萬也千萬也十億也千億也十萬億也千萬億也皆與十同理故合商兩位者用上下兩位之積數焉其積自一六至八一其方根自四至九

用法曰先以實列位列至單位止實有空位作圈以存其位次乃作點凡作點之法皆從實單位實單位起作一點每隔位則點之而視其最上一點以為用首位有點者以實首一位獨商之乃補作一圈于原實之上亦成兩位之形

首位無點點在次位者以實首位合商之

皆視平方大籌積數有與相同或差小于實者用

之以減原數而得方數即初商也

定位法曰既得初商則約實以定其位知其所得為何

等或單或十或百之類以求次商

其法依前隔位所作之點總計之視有若干點

假如只一點者初商所得必單數也自方一至方九則初商已

盡無次商矣

有二點者初商所得必十數也自方一十至方九十初商十數者有次商

有三點者初商所得必百數也自方一百至方九百初商百數者有次商又有三商

有四點者初商千也有商四次焉

有五點者初商萬也有商五次焉

次商法曰依前術定位則知其宜有次商與否

若已開得單數雖減積不盡不必更求次商也

雖未開得單數而初商減盡亦不必更求次商也

惟初商未是單數而減積又有不盡是有次商矣

次商者　倍初商為廉法用小籌以除之初商一則用第二籌初商七則用第一第四兩籌皆取倍數視籌積數有小于餘實者用

之為廉積視廉積在小籌其行命為次商數

既得次商減去廉積即用次商數為隅法以求隅積

隅積小平方也即隅法自乘之數也可借開方籌取之

若隅積大于餘實不及減者轉改次商及減而止

以數明之　假如積一百其方根十即除實盡此獨用方法無廉隅矣若積一百四十四初商十除實百餘四十四則倍初商之根得廿為廉法在初商之兩旁故曰廉廉有二故倍之也次商二以乘廉得四十為廉積又次商二為隅法自乘得四為隅積共四十四除實盡開其根得一十二也

商三次以上法曰次商所得尚非單數而減積又有不盡是有第三次商矣

商第三次者合初商次商數皆倍之為次廉法　如

前用籌以除餘實求得第三商以減廉積

又即以第三商之數為隅法以求隅積皆如次商

商四次五次以上並同第三商

命分法曰但開至單數而有餘實者是不盡也不盡者

以法命之法以所開得數倍之又加隅一為命分

不盡之數為得分　凡得分必小于命分

亦有開未至單宜有續商而其餘實甚少不能除作

單一者亦如法命之而于其開得平方數下作圈紀其位如云平方每面幾十〇又幾十幾分之幾　或平方每面幾百〇〇又幾百幾十幾分之幾

若欲知其小分別有開除分秒法見第七卷

列商數法曰凡初商得數而書之有二法　其法依前隔位所作點以最上一點為主凡得數皆書于此點之上一位五以上者又進一位故有二法也

其故何也五以上之廉倍之則十故豫進一位以居

次商四以下雖倍之猶單數也所以不同凡歸除開平方須明此理不則皆誤矣　大約所商單數必在廉法之上一位乃法上得零之理也平方有實無法廉法者乃其法也

凡次商列位亦有二法　次商用歸除除法者皆書于籌之第一位故次商以之

看次商所減之數其籌行内第一位是空與否若不空即以次商數對而書之對餘實首一位是也

若第一位是圈即以次商數進位書之以暗對其圈餘實上一位是也

知此則知空位矣次商有一定之位故空位亦一定也如次商與初商隔位則作圈隔兩位作兩圈是也

商三次以上書法並同

隅積定位法曰凡減隅積皆視其隅數為何等隅數即次商之數也或單或十或百千等以求其積

隅數是單其減隅積亦盡于單位

隅數是十其減隅積必盡于百位

隅數是百其減隅積必盡于萬位

隅數千其隅積必百萬

隅數萬其隅積必億

每隅數進退一位則隅積差兩位隅積小平方也故皆與初商同理

還原法曰凡開方還原皆以所開得數為法又為實而

自相乘之有不盡者以不盡之數加入即得原數

假如有積三百六十平方開之

列位單位作圈作點從單位起

二

〇三六〇

一

視首位有點以首位三百獨商之

乃視平方籌積數有小于〇三者是〇

一也〇一之方一故商一十有二點故初商是十

于原實內減去方積一百餘二百六十初商是十知有次商

以上一點為主凡得數皆書于此點之上一位此

常法也四以下用常法

次倍初商一十作二十用第二籌為廉法

二八

〇三六〇

一九

視籌第九行積一八小于二六次商九

于初商一十之下去廉積一百八十餘

八十所減數在籌上一位不空故以商數九對餘實首位書之

次以次商九為隅法其隅積八十一大于餘實不及

減應轉改次商為八視籌之第八行積數一六減廉

積一百六十餘一百所減第一位下空故對位書之

一
二
三六
○
三
六
○
一八命分

乃以次商八為隅法減隅自乘積六十四餘三十六不盡
隅數單故減隅積亦盡于單位
初商一十次商八共一十八是已開至單位也而有單位也以法命之 以平方一十八倍之又加隅一共三十七為命分
命為平方一十八又三十七分之三十六

還原法

一四四八
〇一八　一
三二四

以平方一十八用籌為法即以平方一十八為實而自相乘之得三百二十四加入不盡之數三十六共得三百六十如原數

命分還原論詳別卷

假如有積一十二萬九千六百平方開之

列位　作點

視首位無點點在次位以兩位一十二萬合商之

三　三

一二
九
六○○

三六○

乃視平方籌積有小于一二者是○九其方三也于是商三百（三點故初商百）減去方積九萬餘三萬九千六百（初商百故知有次商）次倍初商（三百）作（六百）用第六籌為廉法視籌第六行積數（三六）小于（三九）次商六十于初商三百之下減去廉積三萬六千餘三千六百（所減首位不空）

故對書之次以次商六十為隅法減隅積三千六百恰盡隅數十故減隅積必盡于百位

凡開得平方三百六十〇開方雖未至單減積已盡是方面無單數也後倣此

還原法

二一六六

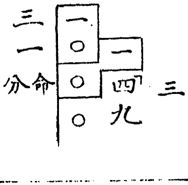
一〇八三

一二九六〇〇

以所得平方三百六十〇為法為實而自相乘之得一十二萬九千六百〇〇如原數

假如有積一千平方開之

列位 作點



視點在次位以首二位一千〇百合商之

乃視平方籌小于一〇者〇九也〇九之方三商作三十二點故初商十減方積九百餘一百

次以初商三十倍作六十用第六籌為廉法

視第六籌第一行是〇六小于一百次商一千初商

三十之下減廉積六十餘四十所減是○六首位空也故書于進位以對其○令雖對于餘實以所減六十言之猶進位也列位之理明矣

次以次商一為隅法減隅積一餘三十九不盡隅積畫單位

所開已至單位而有不盡以法命之倍所商三十一又加隅一共六十三為命分

命為平方三十一又六十三分之三十九

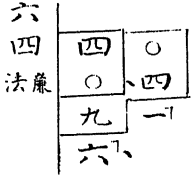
此以上皆初商四以下列位之例　皆以最上之

一點為主而書其初商所得數于點之上一位乃

常法也

假如有積四千○九十六平方開之

列位 作點



視點在次位以四千○百合商之

乃視平方籌積數有三六小于四○

其方六也商作六十二點故初商十減方積

三千六百餘四百九十六初商十故知有次商

以最上一點為主而書其得數于點之上兩位乃

進法五以上用進法

次倍初商六十作一百二十為廉法用第一第二兩籌

視籌第四行積數四八小于餘實次商四於初商六

十之下減廉積四百八十餘一十六所減是〇四八首位空也故次商四進位書之若初商不進則次商同位矣

次以次商四為隅法減隅積一十六恰盡隅數單故隅積盡單

位

凡開得平方六十四

假如有積八千〇九十九以平方開之

列位 作點

一
二七
一六五八
八〇九九
八九命分
一第六兩籌

視點在次位以八千〇百合商之

乃視平方籌有六四小于八〇其方

八也于是商八十二點故初商十除實六千

四百餘一千六百九十九初商是十宜有次商

次以初商八十倍作一百六十為廉

法用第一第六兩籌

合視兩籌第一行積一六與餘實同宜商一十因無隅積改用第九行一四四次商九于初商八十之下減廉積一千四百四十餘二百五十九所減第一位不空故對位書之

次以次商九為隅法減隅積八十一仍餘一百七十八不盡隅數單隅積盡單位

已開至單位而有不盡以法命之　應倍所商八十

九又加隅一共一百七十九為命分

命為平方八十九又一百七十九分之一百七十八因少一數故不能成九十之方

假如有積二千五百四十八萬二千三百〇四平方開之

列位　作點

〇七
六

二五、
四
八、
三、
〇
四

五〇四八
廉法

視點在次位以二千五百萬合商之

乃視平方籌積有二五與實相

同其方五也商五千四點故初商千除方積二千五百萬餘四十八萬二千三百○四初商千有次商

又法既以四點知所得為五千倍之則為一萬即廉法也法上一位便是單逆上三倍則五千位矣

次倍初商五千作一萬為廉法用第一籌

視籌第四行積四與餘實同次商四十于初商五千之隔位減廉積四十萬餘八萬二千三百○四所減是○

四故進位書之以對其○然與初商五千猶隔一位故知所得為四十此定位之法之妙也

次以次商四十為隅法減隅積一千六百餘八萬○

七百〇四隅數十故減隅積盡于百位商至十有末商

次合初商次商倍之得一萬〇〇八十為廉用第一

第八第二空位共四籌

大凡商五數以上則其廉法視所商方數必進一位不論初商次商皆然若四以下則其廉法視方數必同位亦初次商盡然

合視籌内第八行積數八〇六四小于餘實又次商

八于先商五千〇四十之下減廉積八萬〇六百四

十餘六十四此所減第一位亦是〇故商數八亦進位書之以對其〇

次以末商八為隅法用減隅積六十四恰盡隅數是單故減

隅積亦必盡于單位

凡開得平方五千〇四十八

以上皆商五以上進書例也

常法中有初商得二或四者進法中有初商得七

或九者並雜見開方分杪法并開方捷法中

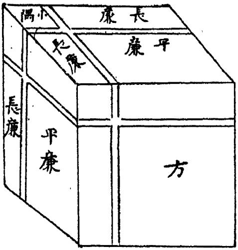
開立方法　籌算三

勿菴氏曰物可以長短度者泰西家謂之線線之原度一横一縮而自相乘之以得其冪積者平方也西法謂之方面方面與線再相乘而得其容積則立方也西法謂之體

解曰平方長濶相等形如碁局立方長濶高皆相等形如骰子細分之有方有平廉有長廉有小隅總曰立方

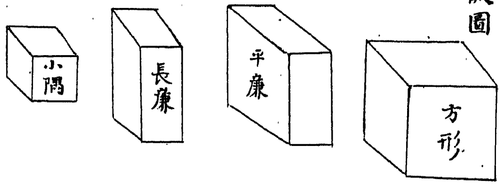
立方亦有實無法以所有散數整齊之成一立方形故亦曰開立方長濶高皆等令所求者其一邊之數故西法亦曰立方根

商兩位總圖



如圖方者初商也初商不盡則再商之于是有三平廉三長廉一小隅共七并初商方形而八合之成一立方形

散圖



如圖方形者長濶高皆如初商之數

方形只一

如圖平廉形者長濶相同皆如初商數

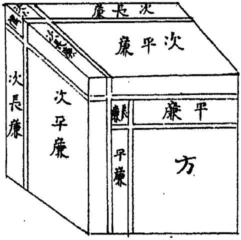
其厚則如次商數　平廉形凡三以輔于方形之三面

長廉者長如初商數其兩頭高與濶等

皆如次商數　長廉形亦三以補三平廉之隙

小隅者長濶高皆等皆如次商數　其形只一以補三長廉之隙

商三位圖



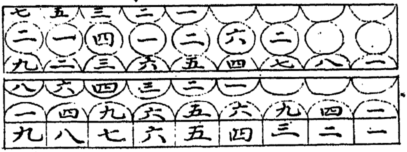
如後圖一方三平廉三長廉一小隅除實仍不盡則更商又得次平廉次長廉各三次小隅一合之共十五形湊成一大立方形　次平廉之長濶相等皆如初商并次商之數厚如三商數其形三以

輔初商并次商合形之外　次長廉之長如初商并次商之數其濶與厚相等皆如三商數其形亦三以補次平廉之隙次小隅之長濶高皆等皆如三商數其形只一以補次長廉之隙

立方籌式列後

解曰上三位者自乘再乘之積也假如根一十則其積一千根二十則其積八千乃至根九十則其積七十二萬九千也　次兩位者自乘之積即平方也置于立方

立方籌式



籌者以為廉法之用假如初商一百則其平廉亦方一百其積一萬乃至商九百則其平廉方九百而積八十一萬也又如次商一十則其長廉之兩頭亦必方一十而積一百乃至次商九十則其長廉之兩頭必方九十而積八千一百也　下一位者方根也假如立積一千則其根一十立積八千則其根二十乃

至積七十二萬九千則其根九十也

立方籌三位何也自乘再乘之數止于三位也且以為初商之用故只須三位其餘實雖多位皆亷積耳

點	商數	積數
六點	商十萬	千萬億 兆 十兆
五點	商萬	萬億 十萬億 百萬億
四點	商千	十億 百億 千億
三點	商百	百萬 千萬 億
二點	商十	千 萬 十萬
一點	商單	單 十 百

法從積單位起滿三位去之餘為初商實

用法曰先以積列位至單位止無單者作圈以存其位

次作點從單位點起每隔兩位作一點即滿三位去之之法也

點訖視最上一點以為用

點在首位者獨商之以首位為初商之實

單數商法也　若千若百萬若十億若萬億若千

萬億凡以三位去之餘一位者皆與單法同

點在次位者合首兩位為初商之實

十數商法也　若萬若千萬若百億若十萬億若

兆凡以三位去之餘二位者皆與十同法

點在第三位者合首三位為初商之實

百數商法也　若十萬若億若千億若百萬億若十兆凡以三位去之餘三位者皆與百同法

又法視其點在首位則于原實之上加兩圈點在次位者上加一圈皆合三位而商之

次以初商之實與立方籌相比勘視立方籌積數有與實相同或差小于實者用之以減原實而得其立方之數即初商也

定位法曰既得初商則約實以定位知所得立方為何

等或單或十百等以知有續商與否　皆以前所作點而合計之視有若干點之命之

假如只有一點則商數是單　初商已得單數無次商

有二點者商數十　初商十數者有商兩次焉

有三點者商數百　初商百數者有三三次焉

四點商千　五點商萬　每多一點則得數進一位而其商數亦多一次皆以商得單數乃盡也

減積法曰凡初商減積皆止于最上點之位

次商法曰依前定位若初商末是單而減積未盡是有次商也次商者有平廉法有長廉法有隅法（𨻶曰平廉古曰方法長廉法古曰廉法以後或曰平廉長廉從質也或省曰方法廉法從古也）

先以所得初商數三之為廉法

又以初商數自乘而三之為三法　以方法用籌除積以得次商（以列位之法定之其法見後）

既得次商用其數以乘方法為三平廉積

又以次商自乘以乘廉法為三長廉積

其次商即為隅法　以隅法自乘再乘得小立方積為隅積

乃併三平廉三長廉一小隅積為次商廉隅共積

若此廉隅共積與餘積適等或小于餘積則減而去之視其仍餘若干以為用或續商或以法命之

若共積反大于餘實不及減轉改次商及減而止若次商單一而無減以法命之

商三次法曰次商尚未是單而減積未盡是有第三次商也

第三次商者合初商次商得數而三之為廉法

又合初商次商得數自乘而三之為方法　如前以方法用籌除餘實求得第三商亦以列位法詳其所得

既得第三商如前求得三平廉三長廉一小隅積以減餘實其法並同次商

四次以上皆同法

命分法曰但商得單數而有不盡則以法命之　未商得單數而餘實甚少不能商單一者亦以法命之其法以所商立方數自乘而三之（如平廉）又以立方數三之（如長廉）又加單一（如小隅）併三數為命分不盡之數為得分　其命分必大于得分

列商數法曰依前隔位作點以最上一點為主而論之有三法凡商得立方一數者于此點之上一位書之（或單一或一十或一百或一千並同）此常法也

若商得立方二三四五者于此點之上兩位書之單十（百千其法並同）乃進法也

若商得立方六七八九者于此點之上三位書之單十（百千其法並同）乃超進法也

平方只有進法而立方有三法何也平方以廉法為法而平方只二廉故其廉法之積數只有進一位故止立進法與常法為二也立方以方法為法而立方有三平廉故其方法之積數有進一位進兩位

故立進法超進法而與常法為三也其預為續商之地使所得單數居于法之上一位則同

假如立方單一其方法單三　若立方單二則方法一十二變為十數進一位矣故單一用常法而單二即用進法也

又如立方單五其方法七十五　若立方單六則方法一百〇八又變百數進兩位矣故單五只用進法而單六以上必用超進之法也

假如立方一十其方法三百　若立方二十則方法一千二百變千數進一位矣故一十只用常法而二十即用進法也

又如立方五十其方法七千五百　若立方六十則方法一萬〇八百又變萬數進兩位矣故五十仍用進法而六十以上必用超進之法也

若宜進而不進宜超進而不超進則初商次商同位矣不宜進而進則初商次商理不相接矣此歸除

開立方之大法也

其次商列位理本歸除以所減積數首一位是空不是空定其進退皆同平方　商三次以上並同

隅積法曰隅法單隅積盡單位　隅法是十隅積盡于千位

隅法百隅積盡百萬之位　以上倣求　大約隅法大一位則隅積大三位

還原法曰置開得立方數為實以立方數為法乘之得

數再以立方數乘之有不盡者加入不盡之數即得

原實

假如有積一千三百三十一立方開之

列位　作點從單位起

○

○○一三三一

一

視首位有點以○○一千為初商之實

乃視立方籌有○○一其立方一

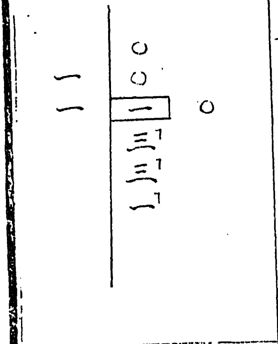
于是商一十有二點故商十減去立方積一千餘三百三十

一初商十者有次商也

以最上點為主商一數者書于點之上一位常法也

次以初商一十而三之得三十為廉法

又以初商一十自乘而三之得三百為方法用第三



視籌第一行積數○三與餘

實同次商一於初商一十之

下減積首位是○故進位書于一十之下以暗對其○

于是以次商一乘方法仍得三百為平廉積　又以次商一自乘仍得一用乘廉法仍得三十為長廉積　又以次商一自乘再乘皆仍得一為隅積　併三積共三百三十一除餘實恰盡

凡開得立方一十一　還法以立方一十一自乘得一百二十一又以一十一再乘合

原積

假如有積一十二億五千九百七十一萬二千立方開之

列位　作點

〇〇一二五九七一二〇〇〇

一〇八〇

視首位有點以〇〇一十億為初商之實

乃視立方籌有〇〇一其方亦一于是商一千減立方積一十億餘二億五千九百七十一萬二千

次以初商一千而三因之得三千為廉法

又以初商一千自乘得一百萬而三之得三百萬為方法　用第三籌

視第三籌之第八行積數二四小于餘實次商八十

于初商一千之下一位所減首位不空故次商八書本位而上一位作○因與次商隔位故知其是十就以次商八十乘方法三百萬得二億四千萬為平廉積又以次商八十自乘得六千四百用乘廉法三千得二千九百二十萬為長廉積　又次商八十自乘再乘得五十一萬二千為隅積　併三積共二億五千九百七十一萬二千除實盡

凡開得立方一千〇八十〇初商千次商〇八是十而除實已盡是所商單位亦〇也此列位之妙

以上皆商得一數例也　皆以最上一點為主而以初商得數書于點之上一位乃常法也惟商得一數者可用常法一十一百一千一萬並同

假如有積九千二百六十一立方開之

列位　作點

視點在首位以〇〇〇九千命為初商之實

一

〇〇$\boxed{九}$二六一

二一

乃視立方籌積有小于〇〇九者〇〇八也其立方二于是商二十二點故初商十減立方積八千餘一千二百六十一

以最上一點為主而以得數書于點之上兩位乃進法也商二至五之法也

次以初商二十用三因之得六十為廉法

又以初商二十自乘得四百而三因之得一千二百

為方法用第一第二兩籌

合兩籌第一行積一二與餘實相同次商單一于初商二十之下所减首位空宜進書也若初商不先用進法則無以處次商矣故進法自商二始

就以次商一乘方法仍得一千二百為三平廉積

又以次商一自乘得一用乘廉法仍得六十為三長廉積又以次商一自乘再乘皆仍得一為隅積　併三積共一千二百六十一除實盡凡開得立方二十一

假如有立方積三萬二千七百六十八立方開之問得若干

列位 作點

五

○三二七六八

三二 法首

視點在次位以○三萬二千為初商之實乃視立方籌積小于○三二者是○二七其立方三也于是商三十二點故初商十減商三十二點故初商十減立方積二萬七千餘五千七百六十八

次以初商三十用三因得九十為廉法

又以初商三十自乘得九百而三之得二千七百為方法用第二第七兩籌

合視兩籌第二行積〇五四小于餘實次商單二于初商三十之下所減首位〇宜進書以對其〇

就以次商單二乘方法得五千四百為平廉積　又以次商自乘得四用乘廉法得三百六十為長廉積

又以次商自乘再乘得八為隅積　併三積共五

千七百六十八除實盡凡開得立方三十二

假如有立方積一十一萬七千六百四十九立方開得若干

列位　作點

五三
一一七
六四九
四九首法

視點在第三位以一十一萬七千為初商之實

乃視立方籌積有小于一一七者〇六四也其立方四于是商四十二點故初商十減立方積六萬四千餘五

萬三千六百四十九　次以初商四十用三因之得一百二十為廉法

又以初商四十自乘得一千六百而三之得四千八百為方法用第四第八兩籌

合視兩籌第九行積數四三二小于餘實次商九于初商四十之下所減首位不空故本位書之

就以次商九乘方法得四萬三千二百為平廉積

又以次商九自乘得八十一用乘廉法得九千七百

二十為長廉積　又以次商九自乘再乘得七百二十九為隅積　合計廉隅三積共五萬三千六百四十九除實盡

凡開得立方四十九

假如有積一千六百六十三億七千五百萬立方開得若干

列位　作點

視點在第三位以一千六百六十億為初商之實

四一

一六六

三七五〇〇〇〇〇〇〇

五五〇〇 法首

乃視立方籌有小于一六六者是一二五其立方五也商作五千四點商千除立方積一千二百五十億餘四百一十三億七千五百萬

次以初商五千用三因之得一萬五千為廉法

又以初商五千自乘得二千五百萬三因之得七千五百萬為方法用第七第五兩籌

合視兩籌第五行積三七五小于餘實次商五百于

初商五千之下所減首位不空故書本位

就以次商五百乘方法得三百七十五億為平廉積　又以次商五百自乘得二十五萬用乘廉法得三十七億五千萬為長廉積　又以次商五百自乘再乘得一億二千五百萬為隅積　併三積共四百一十三億七千五百萬除實盡　凡開得立方五千五百〇〇

以上乃商得二三四五之例也　皆以最上一點

為主而以初商所得進書點之上兩位進法也初商得二三四五者用進法單十百千並同

假如有積二十六萬二千一百四十四立方開之

列位 作點

四六

二六二
一四四

六四
首法

視點在第三位以二十六萬二千為初商之實

乃視立方籌有小于二六二者二一六也其立方是六商六十（二點商十）減立方積二十

一萬六千餘四萬六千一百四十四
以最上一點為主而以得數書于點之上三位超
進法也乃商六至九之法也
次以初商六十用三因之得一百八十為廉法
又以初商六十自乘得三千六百而三因之得一萬
〇八百為方法用第一空位第八三籌
合視籌第四行積四三二小于餘實次商四于初商
六十之下所減首位是〇故進位書之以對其〇

就以次商四乘方法得四萬三千二百為平廉積

又以次商四自乘得一十六用乘廉法得二千八百八十為長廉積　又以四自乘再乘得六十四為隅積　併三積共四萬六千一百四十四除實盡

凡開得立方六十四

假如有積三十七萬三千二百四十八立方開之

列位　作點

視點在第三位以三十七萬三千為初商之實

三〇

三七三
二四八

七二 法首

乃視立方籌積有小于三七三者是三四三其立方七也商七十（二點商十）減立方積三十四萬三千餘三萬〇二百四十八次以初商七十用三因之得二百一十為廉法

又以初商七十自乘得四千九百三之得一萬四千七百為方法（用第一第四第七三籌）

合視籌第二行積二九四小于餘實次商二于初商

七十之下所減首位空故進位書之以對其○

就以次商二乘方法得二萬九千四百為平廉積

又以二自之得四用乘廉法得八百四十為長廉積

又以二自乘再乘得八為隅積　併三積共三萬

○二百四十八除實盡凡開得立方七十二

假如有積五十三萬一千四百四十一立方開之

列位　作點

視點在第三位以五十三萬一千為初商之實

一九

五三二
四四一

八一法首

乃視立方籌積有五一二小于五三一其方八也商八十二點商十減立方積五十一萬二千餘一萬九千四百四十一

次以初商八十用三因之得二百四十為廉法

又以八十自乘得六千四百三之得一萬九千二百為方法用第一第九第二三籌

合視籌第一行是一九二小于實次商一于初商之

下　就以次商一乘方法爲平廉積　又以一自乘

用乘廉法爲長廉積　又以一自乘再乘爲隅積

併三積共一萬九千四百四十一除實盡

凡開得立方八十一

假如有積九十七萬〇二百九十九立方開之

列位　作點

視點在第三位以九十七萬〇爲初商之實

乃視立方籌有七二九小于九七〇其方九也商九

二四一

九七〇三九九

九九法首

十二點商十減積七十二萬九千餘

二十四萬一千二百九十九

次以初商九十三之得二百七十為廉法

又以九十自之得八千一百而三之得二萬四千三

百為方法用第二第四第三三籌

合視籌第九行是二一八七小于餘實次商九于初

商九十之下所減首位不空故本位書之

就以次商九乘方法得二十一萬八千七百為平廉積　又以九自乘得八十一以乘廉法得二萬一千八百七十為長廉積　又以九自乘再乘得七百二十九為隅積　併三積共二十四萬一千二百九十九除實盡凡開得立方九十九

此以上皆初商六七八九之例也　皆以最上一點為主而以得數書于點之上三位乃超進法也

初商六七八九用超進之法單十百千並同

命分例

假如有立方八百一十尺問立方每面各若干

列位　作點

八一

八一〇

九

點在第三位以八百一十〇尺為初商之實

視立方籌有小于實者為七二九

其立方九商九尺減積七百二十九尺餘八十一尺

此商數已至單尺而有不盡當以法命之

法以商數九自乘八十一而三之得二百四十三如平廉

又置商數九而三之得二十七如長廉 加小隅一

共二百七十一為命分

命為立方每面九尺又二百七十一分尺之八十一

此商得單數而有不盡以法命之例也

又如有立方積一億二千五百七十五萬尺問立方若

干

列位 作點

一二五七五〇〇〇〇、
五〇〇

點在第三位以一億二千五百萬尺為初商實

視立方籌有一二五恰與實合商五百尺減實一億二千五百萬尺餘七十五萬〇〇〇〇尺

有三點故知所商是五百尺宜有第二商第三商也

乃以初商五百尺自乘二十五萬尺而三之得七十五萬尺為平廉法又以初商五百尺三之得一千五百尺為長廉法

視餘實七十五萬尺僅足平廉之數而無長廉知第二商

第三商皆空也補作兩圈而以法命之

法以平廉法長廉法合數加小隅一共七十五萬一千五百〇一尺為命分

命為立方每面五百尺又七十五萬一千五百〇一分尺之七十五萬〇〇〇〇

此商數雖未至單而餘實甚少不能成一整數亦以法命之例也

歷算全書卷三十一